

Modelos de Afilamento para *Pinus taeda* por Classes de Idade

Sintia Valerio Kohler¹, Henrique Soares Koehler², Afonso Figueiredo Filho³

¹Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba/PR, Brasil

²Departamento de Fitotecnia e Fitossanitarismo, Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba/PR, Brasil

³Departamento de Engenharia Florestal, Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Irati/PR, Brasil

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi ajustar modelos de afilamento para *Pinus taeda* utilizando-se dados de análise de tronco de 120 árvores amostradas em povoamentos localizados no Estado de Santa Catarina. Os polinômios de quinto grau e de potências inteiras e fracionárias foram ajustados para dados sem estratificação e estratificando-os em classes de idade, avaliando a necessidade ou não de desenvolver modelos por classe de idade. Foi realizada a validação e aplicado um teste de identidade sobre o modelo de melhor ajuste, a fim de verificar a necessidade de estratificação dos dados. O polinômio de potências inteiras e fracionárias foi selecionado para as estimativas dos diâmetros nas diferentes alturas do fuste. As equações de afilamento obtidas para as classes de idades apresentaram certa superioridade em relação à equação geral, sugerindo que, ao se trabalhar com dados em classes de idade, pode-se obter maior precisão nas estimativas dos diâmetros ao longo do tronco.

Palavras-chave: forma do tronco, sortimento, função de forma.

Taper Functions for *Pinus taeda* by Age Classes

ABSTRACT

The aim of this work was to adjust taper models for *Pinus taeda* using data from complete stem analysis of 120 trees sampled in stands located at the state of Santa Catarina, Brazil. The polynomials with integer and fractional powers and the fifth degree were adjusted to the data set without stratification; they were then stratified in age classes, evaluating the necessity to develop models for age class. Validation was performed and a test of identity was applied on the best polynomial to verify the need for data stratification. The polynomial with integer and fractional powers was selected to estimate diameters at different stem heights. The taper functions obtained for the age classes showed some superiority in comparison with the general equation, suggesting that more accurate estimates of diameters along the stem can be obtained when working with data on age classes.

Keywords: stem form, assortment, form taper.

1. INTRODUÇÃO

Plantios com os gêneros *Pinus* e *Eucalyptus* constituem-se, atualmente, na principal fonte de produtos advindos de florestas plantadas no Brasil. A madeira desses dois gêneros apresenta diversos usos, sendo de grande importância para indústrias de celulose, serraria e laminação, além de contribuir diretamente para a redução da exploração de florestas nativas.

De acordo com Ferreira (2005), plantios com o gênero *Pinus* podem ser vistos como uma atividade que minimiza a exploração extrativista de florestas nativas no Brasil, sendo que o aumento de sua produtividade é relevante para a contínua redução das áreas destinadas à atividade florestal.

A utilização apropriada da produção florestal tem grande relevância porque, além de otimizar o uso da floresta, possibilita a maximização da renda. Neste contexto, conhecer o sortimento da floresta com exatidão é fundamental; para tanto, a realização de pesquisas com o desenvolvimento de funções de afilamento, que garantam estimativas acuradas dos multiprodutos fornecidos pela floresta, é de grande importância.

O afilamento do tronco é o decréscimo do diâmetro do fuste da base para o topo ou o adelgaçamento do fuste, e pode ser expresso por uma função matemática que descreve a tendência dessa variação (Borges, 1981). Funções de afilamento são equações que descrevem a forma e o afilamento das árvores, e representam a variação diamétrica ao longo do fuste em função do diâmetro à altura do peito (DAP) e da altura total.

O emprego de funções de afilamento no setor florestal tem proporcionado a otimização dos recursos florestais. Essas funções, devido à sua flexibilidade, possibilitam uma estratificação, ou seja, uma quantificação dos múltiplos produtos existentes para as diversas dimensões pré-estabelecidas (Queiroz et al., 2008). Segundo Prodan et al. (1997), as funções de afilamento são uma importante ferramenta para determinação do volume de árvores e toras por permitirem estimar três características básicas das árvores: o diâmetro em qualquer ponto do fuste, a altura no fuste em que se encontra um

determinado diâmetro e o volume entre dois pontos quaisquer no fuste.

Para Fischer et al. (2001), a aplicação dessas funções de afilamento é um poderoso instrumento para avaliar biológica e economicamente o maciço florestal, bem como a resposta às práticas de manejo executadas, já que permite valorar, de maneira detalhada, quanto renderá o povoamento florestal.

Souza (2007) sugeriu o uso de funções de afilamento para estimar diâmetros e alturas comerciais das árvores, pois essa prática, quando realizada em campo, pode tornar-se não operacional, sendo essas informações essenciais nos programas de seccionamento do fuste.

Os fustes das árvores apresentam formas bastante variáveis, que podem modificar-se conforme a espécie e até mesmo dentro da mesma espécie. A forma varia de indivíduo para indivíduo, conforme as condições de sítio, o espaçamento inicial, os tratamentos silviculturais aplicados e a posição sociológica em que cada árvore se desenvolve. Varia também ao longo da idade, quer como um fenômeno evolutivo natural ou como resultado das várias fases de concorrência relativas às árvores vizinhas (Larson, 1963; Finger et al., 1995).

Quando do ajuste de modelos de afilamento, têm-se usado inúmeras formas de tratar a amostra de árvores cubadas para tal. As estratificações mais utilizadas nestas amostras têm sido, por exemplo, agrupar os dados em classes de diâmetro (DAP), como utilizado por Souza (2009). Este autor testou o desempenho de modelos de afilamento segmentados e não segmentados na estimativa dos perfis e das alturas de árvores de *Pinus taeda*. Os modelos de afilamento foram ajustados com os dados não estratificados, estratificados em classes de diâmetro e em classes de quociente de forma, demonstrando que a estratificação dos dados proporcionou aumento na eficiência dos modelos. Muller (2004) utilizou dados estratificados em classes de diâmetro para estudar a forma e os sortimentos do tronco de árvores de *Eucalyptus grandis*.

Machado et al. (2004) testaram modelos de afilamento para árvores de *Pinus oocarpa* distribuídas em 11 regimes de manejo com idades variando entre cinco e 25 anos, e tratamentos sem e com até seis desbastes. Os autores concluíram que o modelo de

potências inteiras e fracionárias foi o que apresentou o melhor desempenho na estimativa dos diâmetros, e que a idade e o número de desbastes tiveram pouca influência nos resultados dos ajustes.

Queiroz (2006) avaliou a acuracidade de três modelos polinomiais não segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Mimosa scabrella* por classe diamétrica e idade, e para o conjunto total dos dados. Aplicou também um teste de identidade nos modelos, mostrando que, em geral, podem-se agrupar as classes de idade de 13 a 15 e de 16 a 19 anos.

Há sempre muitas dúvidas a respeito da forma de como se tratar a amostra quando do ajuste de modelos de afilamento em relação à variável 'idade'. Desta forma, nesta pesquisa, buscou-se avaliar a necessidade ou não de se agruparem dados em classes de idade no ajustamento de modelos de afilamento para fustes de árvores de *Pinus taeda*.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Amostra

Os dados para o estudo são oriundos de análises de tronco completas de árvores de *Pinus taeda* em plantios estabelecidos na região serrana do Estado de Santa Catarina. A região é classificada, segundo Köppen, como uma região de clima tipo 'Cfb', subtropical úmido com verões frescos, não apresentando estação seca definida, com precipitação média anual de 1.740 mm e temperatura média anual de 16,8 °C. O solo da região é caracterizado como cambissolo bruno húmico álico de textura argilosa, com face pedregosa e não pedregosa (Santa Catarina, 1986).

Foram amostradas 120 árvores com idades de corte variando entre 11 e 23 anos. As árvores foram selecionadas de forma que representassem as diferentes classes de diâmetros e idades presentes no povoamento. A distribuição das árvores amostradas é apresentada na Tabela 1, na qual é possível observar que as mesmas estão homogeneamente distribuídas entre as classes de diâmetros e de idades.

As árvores selecionadas foram derrubadas e delas coletadas fatias nas alturas absolutas de 0,1 e 1,3 m, e nas alturas relativas 15, 25, 35, 45, 55, 65,

Tabela 1. Distribuição das árvores amostradas por classe de DAP (diâmetro a 1,3 m do solo) e idade.

Table 1. Distribution of the sampled trees by DBH (diameter at height of 1.3 meters) and age classes.

DAP (cm)	Idade (anos)			
	10-12	13-15	16-18	19-23
14,1-19	4	4		
19,1-24	12	8	3	2
24,1-30	11	13	13	3
30,1-34	3	4	8	6
34,1-39		1	6	5
39,1-44				6
44,1-49				5
49,1-54				3
Total	30	30	30	30

75, 85 e 95% da altura total, totalizando 11 discos em cada árvore. Os anéis de crescimento foram medidos utilizando-se o equipamento LINTAB 6.0 (Frank Rinn Distributors, Alemanha) e o software TSAP (Time Series Analysis Program), possibilitando medições acuradas e gerando um banco de dados com séries temporais de anéis de crescimento. O processamento desses dados foi feito com o programa *Florexel*, desenvolvido pelo Professor Julio Eduardo Arce, da Universidade Federal do Paraná. Obtiveram-se os diâmetros sem casca e as alturas ao longo do tronco, além da altura total das árvores em todas as idades.

2.2. Estimativas dos diâmetros com casca

A análise de tronco completa possibilita a medição do diâmetro com casca apenas para a idade final da árvore, sendo que, para todas as idades anteriores, os diâmetros obtidos são sem casca. Na medida em que, em geral, funções de afilamento são ajustadas para diâmetros com casca, foi necessário estimar os diâmetros com casca ao longo do tronco para todas as idades anteriores à derrubada da árvore.

O procedimento de seleção de variáveis *Stepwise* foi utilizado para gerar uma equação específica para as árvores amostradas, utilizando-se os dados obtidos com a análise de tronco. O procedimento foi realizado com o SPSS *Statistics*, utilizando, como variável dependente, o diâmetro com casca (d_{cc}), e testando as variáveis independentes: diâmetros sem

casca (d_{sc}), idade (I), altura total (ht), d_{sc}^2 , ht^2 , $d_{sc} \cdot I$, $d_{sc} \cdot I^2$, $ht \cdot I$, $1/I$. Para a inclusão ou não de uma variável, foram utilizados níveis críticos para o teste F com α de 0,05 e 0,10, respectivamente, para a entrada e a saída de uma variável.

2.3. Modelos de afilamento ajustados

Para o estudo, foram ajustados os modelos de afilamento de quinto grau (Modelo 1) e o modelo de potências inteiras e fracionárias (Modelo 2), os quais são bastante utilizados para dados oriundos de plantios florestais no sul do Brasil. Os ajustes foram realizados a partir dos diâmetros com casca e das respectivas alturas ao longo do tronco, obtidos pela análise de tronco.

Polinômio de 5.º grau (Schöepfer, 1966):

$$\frac{d_i}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{ht}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{ht}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{ht}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{ht}\right)^5 + \varepsilon_i \quad (1)$$

Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias (Hradetzky, 1976):

$$\frac{d_i}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{ht}\right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{ht}\right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{ht}\right)^{p_n} + \varepsilon_i \quad (2)$$

em que: β_i = coeficientes dos modelos; d_i = diâmetro tomado em diferentes alturas (h_i) ao longo do fuste (cm); DAP = diâmetro a 1,3 m de altura (cm); h_i = altura i de um determinado diâmetro (m); ht = altura total da árvore (m); p_i = potências selecionadas para o modelo; ε_i = erro aleatório.

As potências usadas para o ajuste do modelo de potências inteiras e fracionárias foram selecionadas pelo método *Stepwise*, sendo testadas as seguintes potências: 0,005; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20, e 25. Para a inclusão ou não de uma variável, foram utilizados níveis críticos para o teste F com α de 0,05 e 0,10, respectivamente, para a entrada e a saída de uma variável.

Os dois modelos foram inicialmente ajustados para toda a amostra (108 árvores), contemplando todas as idades. O modelo selecionado para estes dados foi então ajustado para os dados estratificados em classes de idade. As classes de idades usadas foram: 7 a 9; 10 a 12; 13 a 15; 16 a 18, e 19 a 23 anos.

2.4. Seleção do modelo

A seleção do melhor modelo para a obtenção das estimativas dos diâmetros foi feita com base nas estatísticas de ajuste e na dispersão dos resíduos. As estatísticas usadas foram o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), o erro padrão da estimativa ($S_{xy}\%$) e a análise gráfica dos resíduos. O erro padrão das estimativas das equações de afilamento foi recalculado para a variável de interesse (d_{cc} cm).

2.5. Teste de identidade

Para comparar os ajustes em classes de idade com o ajuste geral, foi empregado o teste proposto por Graybill (1976) e demonstrado por Regazzi (1993). Para os modelos polinomiais ajustados, o método permite a comparação das equações, verificando estatisticamente, a partir da análise de variância e do teste F, se existe necessidade de desenvolver equações de afilamento, estratificando-se ou não os dados em classes de idade. A hipótese de nulidade testada foi $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \dots = \beta_n$. A não rejeição de H_0 permite concluir (para $\alpha \leq 0,05$) que as 'n' equações não diferem estatisticamente entre si. Os procedimentos para o cálculo da análise de variância e o teste F são apresentados na Tabela 2.

2.6. Validação dos resultados

A validação mostra como uma equação, ajustada para um determinado grupo de dados, comporta-se na estimativa de dados independentes daqueles usados no ajuste. Dessa forma, para validar a equação selecionada, foram retiradas 10% das árvores (12 árvores) que compunham o conjunto total de dados. A seleção das árvores para validar as equações foi feita com base nas classes de idade e distribuição diamétrica. Foram selecionadas árvores com DAP igual à média da classe, com um desvio padrão acima e com um desvio padrão abaixo da média.

A validação das equações ajustadas consistiu em estimar os diâmetros das 12 árvores inicialmente separadas do grupo total de árvores disponíveis para o ajuste. A qualidade das estimativas foi avaliada pelo erro médio em termos absolutos e relativos, que compara o valor real (medido) dos diversos

Tabela 2. Análise de variância para o teste de identidade
Table 2. Analysis of variance for the identity test.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão classes de idade	$\sum GL_{DaReg.classes(1)}$	$\sum SQ_{DaReg.classes(5)}$		
Regressão geral	$GL_{Reg.geral(2)}$	$SQ_{Reg.geral(6)}$		
Redução (H_0)	(1) – (2)	(5) – (6)	SQ_{red} / GL	$\frac{Q.M.red}{Q.M.res}$
Resíduo	(3) – (1)	(4) – (5)	SQ_{res} / GL	
Total	$\sum GL_{Tot.classes(3)}$	$\sum SQ_{Tot.classes(4)}$		

diâmetros com o valor estimado por ambas as equações ajustadas. O erro médio obtido representa uma medida da acuracidade dos valores estimados.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Estimativa dos diâmetros com casca

A Equação 3, gerada pelo procedimento de seleção de variáveis *Stepwise* para estimativa dos diâmetros com casca, apresentou a variável diâmetro sem casca (d_{sc}) como sendo a mais correlacionada com a variável dependente (d_{cc}).

$$d_{cc} = -1,4726 + 1,0954d_{sc} - 0,0061d_{cc}I + 0,0019d_{cc}^2 - 0,0033 ht I + 0,1736 I \quad (3)$$

em que: d_{cc} = diâmetro com casca (cm); d_{sc} = diâmetro sem casca (cm); I = idade (anos); ht = altura total (m); $R^2_{aj} = 0,998$; $S_{yx} (\%) = 2,17$.

Conforme se pode observar, o modelo apresentou um excelente ajuste, com coeficiente de determinação (R^2_{aj}) alto e um erro padrão de estimativa ($S_{yx} (\%)$) baixo.

Avaliando-se a distribuição dos resíduos da Equação 3 (Figura 1), pode-se constatar que há uma dispersão maior nas estimativas dos menores diâmetros, na porção acima de 95% da altura total. Na medida em que esses diâmetros têm pouca influência na estimativa do volume comercial, tendências em subestimar ou superestimar esses diâmetros podem ser consideradas irrelevantes. Assim, o modelo gerado pelo método de seleção *Stepwise* pode ser considerado adequado para a

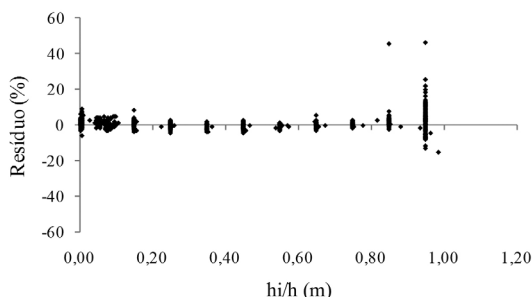


Figura 1. Distribuição de resíduos para o modelo obtido pelo procedimento *Stepwise* para estimar o diâmetro com casca ao longo do tronco e nas várias idades.

Figure 1. Residual distribution for the fitted equation by the *stepwise* procedure to estimate the diameter over bark along the stem and at the several ages.

obtenção das estimativas dos diâmetros com casca necessários para estabelecer os perfis com casca em cada idade.

Este mesmo procedimento foi utilizado por Ferreira (2005), no desenvolvimento de um modelo para estimativa dos volumes com casca em árvores de *Pinus taeda*, a partir de dados de análise de tronco completa, obtendo-se estimativas precisas para os mesmos.

3.2. Ajuste e seleção das equações de afilamento

As duas funções de afilamento testadas foram ajustadas para a amostra geral (108 árvores), independentemente de idade. Utilizando-se o procedimento de seleção de variáveis *Stepwise*,

selecionaram-se as seguintes potências (Equação 4) para o polinômio de potências inteiras e fracionárias:

$$\frac{d_i}{DAP} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h_t}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{h_t}\right)^5 + b_3 \left(\frac{h_i}{h_t}\right)^4 + b_4 \left(\frac{h_i}{h_t}\right)^{0,005} + b_5 \left(\frac{h_i}{h_t}\right)^{0,1} + b_6 \left(\frac{h_i}{h_t}\right)^2 \quad (4)$$

Segundo Fischer et al. (2001), a expectativa é de que as potências inteiras unitárias representem melhor a seção intermediária da árvore, e as potências fracionárias, o topo da árvore.

Eisfeld et al. (2008) testaram o polinômio de potências inteiras e fracionárias para a estimativa do volume da *Araucaria angustifolia*. As potências selecionadas pelo procedimento *Stepwise* foram 2; 0,1; 20; 0,00001, e 3. Os autores afirmaram que a associação entre potências fracionárias e inteiras representou bem tanto a porção superior quanto a porção inferior dos fustes das árvores, resultados esses semelhantes aos obtidos na presente pesquisa. A Figura 2 mostra a linha média de ajuste da equação obtida em relação aos dados, confirmando que as potências selecionadas representam adequadamente todo o tronco.

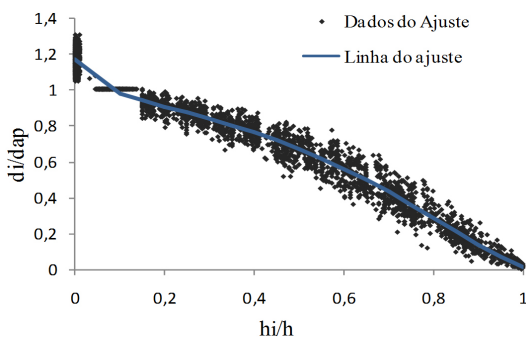


Figura 2. Polinômio de potências inteiras e fracionárias ajustado para expressar o perfil do tronco com dados de todas as idades.

Figure 2. Fitted polynomial equation with fractional and integer powers to represent stem profile with data from all ages.

Na Tabela 3, são apresentadas as estatísticas de ajuste das equações obtidas. O polinômio de potências inteiras e fracionárias apresentou um maior coeficiente de determinação ajustado e erro padrão da estimativa em porcentagem menor do que o obtido para o polinômio de quinto grau, o que determinou sua escolha para uso na fase subsequente do trabalho.

Os resíduos das duas equações foram plotados (Figura 3) em relação às suas respectivas alturas relativas (h_i/h). Pode ser observado que o polinômio de quinto grau apresenta tendência a subestimar os diâmetros na porção superior do tronco, ou seja, os menores diâmetros apresentam resíduos maiores do que o polinômio de potências inteiras e fracionárias, fato esse que confirma a escolha da equação de potências inteiras e fracionárias, uma vez que a mesma apresentou um ajuste mais homogêneo ao longo de todo o tronco.

Rosot (1989) ajustou o polinômio de quinto grau e o polinômio de potências inteiras e fracionárias para dados de *Pinus taeda*, agrupados ou não em classes de diâmetros. Na ocasião, a equação de potências inteiras e fracionárias apresentou um erro padrão de estimativa (S_{yx} %) levemente inferior do que aquele obtido com o polinômio de quinto grau, além de maior valor para a estatística R^2 . Entretanto, devido à pequena diferença entre os modelos e pela maior facilidade em se trabalhar com sua integral, optou-se pelo polinômio de quinto grau para estimativa dos volumes.

Assis et al. (2002) ajustaram o polinômio de quinto grau, o polinômio de potências inteiras e fracionárias, e o modelo de Goulding & Murray (1976) para estimar diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*. Concluíram que a equação de potências inteiras e fracionárias foi a mais estável para estimar os diâmetros ao longo de todo o fuste, destacando-

Tabela 3. Coeficientes e estatísticas das equações de afilamento ajustadas para estimar o diâmetro com casca ao longo do tronco com dados de todas as idades.

Table 3. Coefficients and statistics for the fitted taper function equations to estimate diameter over bark along the stem with data from all ages.

Modelos	R^2_{aj}	S_{yx} (%)	Coeficientes						
			b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
Polinômio de Quinto Grau	0,979	8,45	1,173	-2,689	9,879	-20,38	17,56	-5,541	-
Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias	0,997	7,57	1,170	-0,134	1,156	-1,513	0,560	-0,917	-0,311

se principalmente na estimativa dos diâmetros da porção inferior das árvores (aproximadamente 10% da altura total). Similarmente aos resultados obtidos no presente trabalho, o polinômio do quinto grau apresentou tendência a subestimar os diâmetros a partir de 85% da altura total.

Com base nos resultados obtidos, é possível afirmar que ambas as equações poderiam ser utilizadas para a obtenção das estimativas dos diâmetros ao longo do tronco das árvores. O polinômio de potências inteiras e fracionárias foi selecionado como a melhor equação por apresentar superioridade, mesmo que pequena, tanto no coeficiente de determinação ajustado e erro padrão da estimativa quanto na distribuição de resíduos, mais homogênea ao longo do tronco.

3.3. Equações de afilamento ajustadas em classes de idade

O polinômio de potências inteiras e fracionárias selecionado foi ajustado para cada uma das cinco classes de idade definidas. Os coeficientes obtidos

e suas respectivas estatísticas são apresentados na Tabela 4.

As equações obtidas apresentaram estatísticas de precisão indicando bons ajustes para todas as classes de idade, sem tendência de melhora em função da idade. De forma geral, os valores de R^2_{aj} foram em torno de 0,98, e os de S_{yx} (%), próximos de 6,5%.

Friedl (1989), estudando a dinâmica da forma do fuste de árvores de *Araucaria angustifolia*, encontrou resultados diferentes aos obtidos nesta pesquisa. Ao ajustar modelos de afilamento para idades diferentes, o autor notou que a precisão do ajuste apresentou uma leve tendência de melhoria com a idade, relacionando essa tendência a uma melhor distribuição dos pontos amostrados no perfil ao aumentar a altura da árvore com a idade, e à mudança que ocorre na forma das árvores com a idade.

A distribuição gráfica dos resíduos para cada classe de idade é apresentada na Figura 4, na qual se observa que os resíduos tornam-se mais homogêneos nas classes de idade superiores. As equações ajustadas apresentaram tendência em subestimar os diâmetros mais próximos à altura total da árvore.

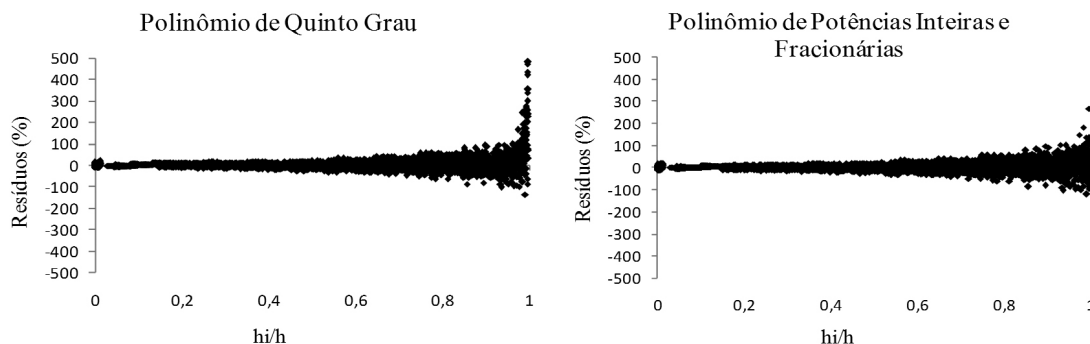


Figura 3. Distribuição dos resíduos das equações de afilamento ajustadas.

Figure 3. Residual distribution of the fitted taper function equations.

Tabela 4. Coeficientes e estatísticas das equações de afilamento ajustadas para classes de idade.

Table 4. Coefficients and statistics of the fitted taper equations by age classes.

Classe de idade	R^2_{aj}	S_{yx} (%)	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
7 a 9	0,987	6,25	1,1797	-0,3303	0,6258	-0,5947	0,5098	-0,8018	-0,5835
10 a 12	0,987	5,99	1,1618	-0,2582	1,3466	-1,7392	0,5177	-0,8391	-0,1759
13 a 15	0,988	5,63	1,1633	0,0720	0,9478	-1,2448	0,5978	-0,9935	-0,5325
16 a 18	0,986	6,05	1,1685	0,1320	1,0422	-1,4816	0,6225	-1,0476	-0,4266
19 a 23	0,984	6,53	1,1809	0,1695	1,4767	-2,1780	0,6693	-1,1373	-0,1712

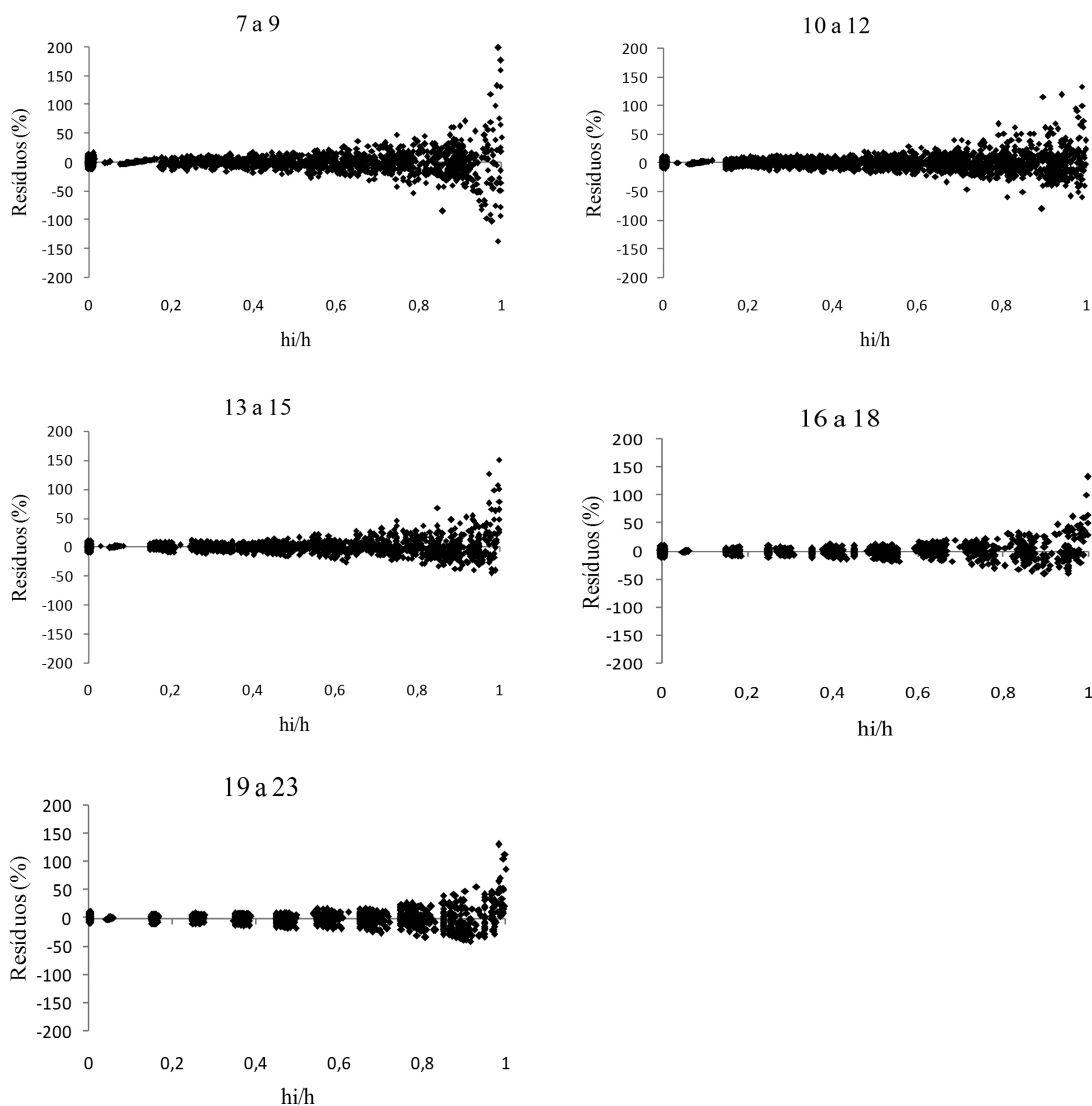


Figura 4. Distribuição de resíduos da função de afilamento para as classes de idade.
Figure 4. Residual distribution for the taper function by age classes.

3.4. Comparando os ajustes em classes com o geral

O resultado encontrado para o teste de identidade proposto está apresentado na Tabela 5. O valor de p (probabilidade ou erro α) encontrado foi menor que 0,95, rejeitando-se assim a hipótese da nulidade H_0 . Isto significa que a soma de quadrados dos resíduos para as classes de idade não é estatisticamente igual à soma de quadrados do modelo geral. Dessa forma, é possível concluir que os ajustes feitos com os dados estratificados em classes de idade diferem do ajuste geral.

O erro padrão da estimativa obtido para a equação geral, ajustada com todas as árvores, foi comparado com o erro recalculado dos ajustes feitos por classe de idade. Para tanto, os diâmetros estimados pelas equações por classes de idade foram agrupados e o erro padrão da estimativa foi recalculado para esse novo conjunto de dados. O erro médio das estimativas da equação geral ajustada foi de 7,57%, enquanto que o erro médio das estimativas obtidas pelo uso das equações ajustadas em classes de idade foi de 6,24%, constatando-se uma diferença de 1,33% favoravelmente ao ajuste por classes de idade.

Tabela 5. Análise de variância e teste F na comparação dos ajustes.**Table 5.** Analysis of variance and F test comparison of adjustments.

Fonte de variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	Razão F	Valor p
Regressão classes de idade	30	1241,24			
Regressão geral	6	1232,28			
Redução (h_0)	24	8,9624	0,3734	189,53	0,0000
Resíduo	9994	19,6913	0,0020		
Total	10024	1260,9296			

Tabela 6. Erro médio absoluto e relativo na validação das equações ajustadas.**Table 6.** Absolute and relative error for validating the fitted equations.

Classes (anos)	N.º de observações	Erro médio (cm)	Erro médio (%)
7 a 9	287	0,6622	4,94
10 a 12	323	0,6897	4,24
13 a 15	221	0,7784	4,13
16 a 18	131	0,7529	3,46
19 a 23	140	2,0882	8,24
Equação Geral	1102	1,1155	6,25
Média/Classes*	1102	0,8855	4,96

*Erro médio gerado a partir das equações de cada classe de idade.

As equações ajustadas foram empregadas na estimativa dos diâmetros das 12 árvores separadas inicialmente para validação. Desta forma, essas árvores tiveram seus diâmetros nas várias alturas estimados por ambas as equações ajustadas, ou seja, pela equação ajustada para todas as árvores sem distinção de idade e pelas equações ajustadas para cada classe de idade.

Os erros médios dessas estimativas são apresentados na Tabela 6. Observa-se que o erro calculado para o grupo total de dados utilizando-se as estimativas em classes de idade (4,96%) foi menor do que o erro apresentado pela estimativa da equação geral (6,25%). Na comparação entre as equações por classes de idade e a equação geral, observa-se que, em média, os erros estimados com as equações ajustadas por classes de idade foram menores, com exceção da classe de idade de 19 a 23 anos, que apresentou um erro médio maior (8,24%) do que o erro obtido pela equação geral (6,25%). Dessa forma, pode-se afirmar que as equações ajustadas para as classes de idade apresentaram superioridade sobre o modelo geral.

4. CONCLUSÃO

A equação ajustada pelo método de seleção de variáveis *Stepwise* propiciou estimativas precisas dos

diâmetros com casca ao longo do tronco nas várias idades, sendo, portanto, uma ferramenta valiosa para reconstituir o perfil com casca das árvores oriundas de análise de tronco.

O polinômio de potências inteiras e fracionárias apresentou as melhores estatísticas para expressar o perfil dos troncos nas várias idades; o polinômio de quinto grau também se mostrou adequado; entretanto, subestimou os diâmetros na porção superior do tronco.

Os ajustes realizados com os dados estratificados diferem estatisticamente do ajuste geral, feito com os dados sem estratificação.

As equações obtidas para as classes de idades consideradas apresentaram superioridade nas estimativas, com erro médio inferior ao gerado pela equação geral. Isto sugere que equações de afilamento ajustadas considerando a estratificação por classe de idade podem propiciar qualidade um pouco maior nas estimativas dos diâmetros.

STATUS DA SUBMISSÃO

Recebido: 28/01/2013

Aceito: 21/10/2013

Publicado: 31/12/2013

AUTOR(ES) PARA CORRESPONDÊNCIA

Sintia Valerio Kohler

Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná – UFPR, CEP 80210-170, Curitiba, PR, Brasil
e-mail: sintiakohler@yahoo.com.br

REFERÊNCIAS

Assis AL, Scolforo JS, Mello JM, Oliveira AD. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. *Ciência florestal* 2002; 12(1): 89-107.

Borges JF. *Seccionamento, do fuste de Pinus taeda L. para obtenção do volume de madeira serrada, através da função de forma polinomial* [dissertação]. Curitiba: Universidade Federal do Paraná; 1981. PMCID:PMC2041726.

Eisfeld RL, Vigolo DZ, Sanquetta CR, Mello AA. Modelo de Hradetzky aplicado à estimativa do volume total para *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. *Ambiência* 2008; 4: 51-66.

Ferreira RA. *Análise genética e seleção em testes dialélicos de Pinus taeda L* [tese]. Curitiba: Universidade Federal do Paraná; 2005.

Finger CAG, Zanon MLB, Schneider PR, Klein JEM, Coelho MCB. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden implantados na depressão central e encosta sudoeste do Rio Grande do Sul. *Ciência Rural* 1995; 25(3): 399-403. <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-84781995000300012>

Fischer F, Scolforo JR, Acerbi FW Jr, Mello JM, Maestri R. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. *Ciência Florestal* 2001; 11(1): 167-188.

Friedl RA. *Dinâmica e prognose da forma dos fustes em povoamentos plantados de Araucaria angustifolia (Bert.) O. Ktze* [dissertação]. Curitiba: Universidade Federal do Paraná; 1989.

Goulding CJ, Murray JC. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. *New Zealand Journal of Forest Science* 1976; 5(3):313-322.

Graybill F. *A Theory and application of the linear model*. Duxbury Press; 1976.

Hradetzky J. *Analyse und interpretation statistischer herabrängerkeiten*. Mitteilungen der Forstlichen

Versuchs-und Forschungsanstalt Baden-Württemberg; 1976. Heft Nr. 76.

Larson PR. Stern from development of forest tree. *Forest Science Monograph* 1963; 1-41.

Machado SA, Urbano E, Conceição MB, Figueiredo Filho A, Figueiredo DJ. Comparação de modelos de afilamento do tronco para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa* Schiede. *Boletim de Pesquisa Florestal* 2004; 48: 41-64.

Muller I. *Forma de tronco e sortimentos de madeira para Eucalyptus grandis Hill ex Maiden. manejo do alto fuste, na região sudeste do estado do Rio Grande do Sul* [tese]. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria; 2004.

Prodan M, Pete RSR, Cox F, Real P. *Mensura florestal*. San José: GTZ-IICA, 1997.

Queiroz D. *Avaliação de funções de afilamento e sortimentos para Mimosa scabrella Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR* [dissertação]. Curitiba: Universidade Federal do Paraná; 2006.

Queiroz D, Machado SA, Figueiredo Filho A, Arce JE, Koehler HS. Identidade de modelos em funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR. *Floresta* 2008; 38(2): 339-349.

Regazzi AJ. Teste para verificar a identidade de modelos de regressão e a igualdade de alguns parâmetros num modelo polinomial ortogonal. *Revista Ceres* 1993; 40: 176-195.

Rosot MAD. *Estudo comparativo de métodos para a avaliação volumétrica por unidade de área em um povoamento de Pinus taeda* [dissertação]. Curitiba: Universidade Federal do Paraná; 1989.

Santa Catarina. Gabinete de Planejamento e Coordenação Geral. Sub-chefia de Estatística, Geografia e Informática. *Atlas de Santa Catarina*. Rio de Janeiro: Aero foto Cruzeiro; 1986.

Schöepfer W. *Automatisierung des massen, sorten und wertberechnung stenender waldbestände schriftenreihe* Bad. Wurt-Forstl; 1966.

Souza CAM. *Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação de altura e volume comercial de fustes de Eucalyptus sp* [dissertação]. Universidade Federal do Espírito Santo; 2007.

Souza CAM. *Modelos de afilamento para Pinus taeda L. ajustados segundo a forma do tronco e métodos de estratificação* [tese]. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria; 2009.