

## Comparação de Métodos de Estimativa de Volume Total para *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden

Thomas Schröder<sup>1</sup>, Lílian Daniel Pereira<sup>1</sup>, Noé dos Santos Ananias Hofiço<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ciências Florestais, Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria/RS, Brasil

### RESUMO

Existem basicamente três diferentes métodos de estimativa de volume de árvore individuais: uso de fator de forma, modelos de volume e funções de afilamento, que apresentam resultados diferentes quanto à precisão de variáveis. A comparação entre os métodos foi o objetivo desta pesquisa e, para tal, foram medidas 45 árvores de *Eucalyptus grandis* provenientes de primeiro desbaste. Os métodos foram submetidos a testes para verificar a robustez das estimativas geradas. Os fatores de forma não se mostraram robustos em suas estimativas. A função de afilamento testada precisou de métodos de regressão especiais para que suas estimativas fossem robustas. A utilização de equação de dupla entrada foi o método mais eficiente para a determinação de volume.

**Palavras-chave:** volumetria, fator de forma, modelos de volume, funções de afilamento.

## Comparing Methods for Total Volume Estimation in *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden

### ABSTRACT

Essentially, there are three contrasting methods for volume estimation of single trees: the use of a form quotient, volume equations, and taper functions, which produce different results in estimative precision. The aim of this study was to compare these methods. To this end, 45 trees of *Eucalyptus grandis* from a first thinning were measured. The methods estimates were subjected to robustness tests. Form quotients were not robust estimators of total volume. The taper function tested needed special regression methods to achieve robustness. The use of volume equations of two independent variables was the most effective method for volume estimation.

**Keywords:** volume estimation, form quotient, volume equations, taper functions.

## 1. INTRODUÇÃO

A silvicultura representa uma importante atividade econômica para o Brasil, representando 72,6% dos 18,1 bilhões de reais da produção primária florestal, em 2011 (IBGE, 2011). Neste setor, se destaca *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden, uma das espécies mais estudadas do país, em virtude da qualidade da madeira, da boa adaptação ao ambiente e da produção (Moura et al., 1992). Neste contexto, a estimativa de volume nos plantios comerciais é uma das tarefas mais importantes do profissional da área florestal (Machado & Figueiredo-Filho, 2006).

Com o aumento da intensidade de utilização e manejo desta espécie e a diminuição dos limites entre classes de comercialização, métodos mais precisos para estimar o volume são necessários (Garber & Maguire, 2003). Entretanto, requer-se o uso de técnicas analíticas apropriadas para estimar a significância estatística dos resultados e respeitar a estrutura de erros dos dados.

Os principais métodos de estimativa de volume são o uso de fator de forma, equações de volume e funções de afilamento. O fator de forma é um fator de redução que, quando multiplicado à área basal e à altura total, resulta no volume total da árvore; as equações de volume consistem no ajustamento de uma equação para determinado grupo de dados, e as funções de afilamento são descrições da mudança da dimensão do diâmetro ao longo de diferentes alturas. Todos esses métodos necessitam de normalidade de seus resíduos para a validade dos intervalos de confiança a partir destes construídos (Cochran, 1965). Além disso, os dois últimos métodos citados se utilizam, geralmente, do método dos mínimos quadrados ordinários, que requer que a matriz de covariância dos erros seja igual à identidade (Gelman & Hill, 2006).

Exemplos de dados que violam estas condições são estruturas hierárquicas de dados, como medidas múltiplas dentro do mesmo indivíduo ou indivíduos pertencentes a diferentes sítios. Mesmo que a literatura para a análise adequada destes tipos de dados esteja disponível, a análise de estruturas de covariância mais complicadas é geralmente ignorada na área florestal (Grégoire et al., 1995), tornando as estimativas não robustas. Para superar tais

dificuldades, é necessária a utilização de modelos mistos, que são de fácil acesso através de vários pacotes estatísticos (Garber & Maguire, 2003; Calegario et al., 2005a, b; Pires & Calegario, 2007; Horle et al., 2010).

Os objetivos do presente trabalho foram analisar a robustez dos métodos de estimativa de volume total e definir qual método produz melhores estimativas sem violar os pressupostos da teoria de amostragem e regressão.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Descrição do local de estudo

O presente estudo foi desenvolvido no município de Braço do Trombudo-SC, situado entre as coordenadas geográficas de 27° 21' de latitude sul e 49° 52' de longitude oeste, na região fisiográfica do Alto Vale do Itajaí. O clima é do tipo Cfa subtropical na classificação de Köppen, caracterizado como subtropical úmido sem estação seca definida. Os solos predominantes da região são cambissolos, formados por erosão eluvial (EPAGRI, 1999, 2002). Os dados foram coletados no inverno de 2012 e são provenientes do primeiro desbaste de um povoamento com três anos de idade, instalado com espaçamento de 3 × 3 metros em curva de nível.

### 2.2. Procedimento amostral

Para o estudo da forma de tronco e obtenção dos sortimentos, foram selecionadas 45 árvores. A cubagem rigorosa das árvores foi realizada através do método de Smalian, conforme proposto por Machado & Figueiredo-Filho (2006), com secções nas posições de 0,50 m, 1,30 m e, a partir deste ponto, a cada 1,0 metro, até a altura total da árvore. O método de Smalian foi escolhido, pois é o indicado para o cálculo de volume a partir de curtas medições de comprimento, como a de metro em metro (Husch et al., 2003).

### 2.3. Volumetria

As árvores foram divididas em classes de diâmetro de acordo com Sturges (1926), para fins de análise gráfica de distribuição. Foram comparadas

cinco diferentes formas de se estimar o volume total de uma árvore individual: fator de forma da árvore de diâmetro quadrático médio (dg); fator de forma médio; equação de volume de simples entrada; equação de volume de dupla entrada tendo como variável independente o diâmetro combinado com a altura total; função de afilamento com o modelo de Kozak (Kozak et al., 1969).

Para determinar o fator de forma da árvore de diâmetro quadrático médio, foi feito o cálculo do diâmetro médio quadrático através da seguinte Fórmula 1:

$$dg = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}} \quad (1)$$

em que: dg = diâmetro médio quadrático;  $d_i$  = diâmetro de cada árvore amostrada; n = tamanho da amostra.

A árvore que apresentou o diâmetro mais próximo do diâmetro quadrático médio teve seu fator de forma artificial calculado com base no diâmetro tomado a 1,3 metro do solo e sua altura total calculada da seguinte forma (2):

$$f = \frac{4v_{ri}}{h\pi d^2} \quad (2)$$

em que: f = fator de forma artificial;  $v_{ri}$  = volume real;  $h$  = altura de cada árvore.

O fator de forma médio foi calculado através da média aritmética simples dos fatores de formas artificiais obtidos para todas as árvores, de acordo com a Equação 2. O volume total é dado pela multiplicação do diâmetro a 1,30 m da base, da altura total e do fator de forma.

A estimativa do volume através de equações de simples entrada foi feita utilizando o modelo de proporcionalidade alométrica (Monserud & Marshall, 1999), em sua forma linearizada (3):

$$\ln(v_i) = b_0 + b_1 \ln(d) \quad (3)$$

em que:  $v_i$  = volume estimado de cada árvore.

A determinação do volume através do método do modelo de dupla entrada utilizou a equação com variável combinada (Spurr, 1952) (4):

$$\ln(v_i) = \ln(b_0) + b_1 \ln(d^2 h) \quad (4)$$

Para estimativa do volume através de função de afilamento, foi utilizado o modelo de Kozak (Kozak et al., 1969) (5), de acordo com Campos & Leite (2009).

$$\frac{d_i}{d} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 \quad (5)$$

em que:  $d_i$  = diâmetro da árvore a uma altura  $i$ ;  $h_i$  = altura do ponto de medição  $i$ .

Dada a estrutura hierárquica dos dados de afilamento, o modelo teve seus coeficientes aleatorizados em função da classe de diâmetro e a sua estrutura de covariância foi modelada. Foram testadas cinco estruturas de covariância de acordo com Littel et al. (2006): componentes de variância (VC); autorregressiva heterogênea [ARH(1)]; simetria composta heterogênea (CSH); antedependente [Ante(1)], e não estruturada (UN). A melhor estrutura de covariância foi escolhida com base nos valores de AIC (*Akaike Information Criteria*) e BIC (*Bayesian Information Criteria*) (Horle et al., 2010), segundo a qual quanto menores os valores observados destes parâmetros, melhor foi a estrutura de covariância dos erros. A estrutura hierárquica natural de dados de afilamento é de medidas múltiplas dentro de cada árvore; no entanto, a aleatorização em função da árvore tornaria o modelo de difícil convergência e sem utilidade prática. Dessa forma, neste estudo, assume-se que árvores em uma mesma classe de diâmetro comportam-se de forma semelhante em relação aos seus resíduos (Garber & Maguire, 2003; Calegario et al., 2005a; Horle et al., 2010)

#### 2.4. Comparação dos métodos de estimativa de volume

Os dois diferentes métodos de estimativa do volume através de fator de forma tiveram seus resíduos submetidos ao teste de normalidade, visto que a construção de intervalos de confiança se baseia no teorema central de limite (Cochran, 1965). Os métodos de estimativa de volume total, que se utilizaram do método dos mínimos quadrados, foram submetidos aos seguintes testes, de acordo com Schneider et al. (2009): Kolmogorov-Smirnov, para normalidade dos erros; teste de White, para homogeneidade de variância, e a independência dos

resíduos foi testada pelo método de Durbin-Watson. A existência de colinearidade foi testada pelo valor do índice de condição médio (Chatterjee & Hadi, 2006), que indica que correções devem ser feitas ao modelo quando seu valor é maior do que 30. Os métodos que não violaram as condições *a priori* estabelecidas pelos métodos de amostragem e regressão foram comparados pelo teste do qui-quadrado e pelo erro padrão da estimativa (Horle et al., 2010), segundo os quais quanto menores os valores observados destes parâmetros, melhor foi o modelo avaliado.

Os dados foram analisados utilizando-se o software SAS (SAS/STAT, 2007) e o modelo de afilamento hierárquico foi estimado através do método REML (*Restricted Maximum Likelihood*). Foram considerados significativos resultados com 5% de probabilidade.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A fórmula proposta por Sturges (1926) indicou a necessidade de divisão da amostra em cinco classes. A distribuição da amostra nas diferentes classes de diâmetro pode ser visualizada na Figura 1.

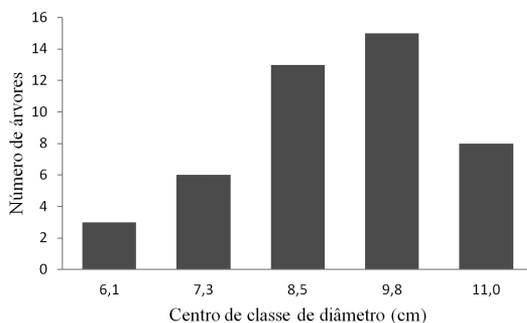
Os resultados dos testes de condicionantes de regressão e robustez das estimativas podem ser observados na Tabela 1.

A análise da Tabela 1 deixa clara a tendenciosidade da utilização de fatores de forma e da função de afilamento. A inexistência de normalidade dos resíduos dos fatores de forma faz com que intervalos de confiança para volume em florestas plantadas de *E. grandis*, construídos a partir destes métodos, sejam

inválidos. Portanto, a probabilidade de se cometerem erros de estimativa utilizando-se destes métodos é maior. Assim, estes métodos foram excluídos das análises posteriores nesta pesquisa.

Os métodos de estimativa a partir de equações de volume se mostraram robustos e consistentes na estimativa do volume total, a partir da amostra. No entanto, a função de afilamento mostrou problemas de correlação entre os erros, resultado já esperado devido à estrutura hierárquica dos dados, com medidas repetidas no mesmo indivíduo. Além disso, foi encontrada heterogeneidade de variância ao longo da distribuição da variável dependente, fato explicado pelas diferentes distribuições de incremento ao longo do fuste em função de variáveis ambientais (Assmann, 1970), gerando diferentes formas de sólidos de revolução ao longo do tronco.

Para sanar os problemas de correlação dos erros e heterogeneidade de variância, é necessário



**Figura 1.** Distribuição das árvores de *E. grandis* nas classes de diâmetro de povoamento em Santa Catarina. **Figure 1.** *E. grandis* sample size distribution of a stand from Santa Catarina.

**Tabela 1.** Resultados dos testes de condicionantes de regressão e robustez das estimativas para cinco diferentes métodos de estimativa de volume total de *E. grandis*, em Santa Catarina.

**Table 1.** Robustness and regression analysis constraints of five different methods for *E. grandis* total volume estimation in Santa Catarina, Brazil.

Forma de cálculo	Normalidade (pr>KS) <sup>1</sup>	Homocedasticidade (pr>Chiq) <sup>2</sup>	Independência (pr>DW) <sup>3</sup>	Colinearidade <sup>4</sup>
f dg	0,01	-	-	-
f médio	0,01	-	-	-
Simple entrada	0,08	0,54	0,36	9,36
Dupla entrada	0,68	0,99	0,29	11,4
Afilamento	0,06	0,01	0,01	6,67

<sup>1</sup>H<sub>0</sub> = Os resíduos possuem distribuição normal; <sup>2</sup>H<sub>0</sub> = Os resíduos são homocedásticos; <sup>3</sup>H<sub>0</sub> = Os resíduos são independentes; <sup>4</sup>H<sub>0</sub> = Valor do índice de condição médio, valores superiores a 30 indicam problemas com colinearidade dos parâmetros.

especificar a estrutura hierárquica dos dados no modelo e escolher uma estrutura de covariância que permita tal comportamento dos dados, a fim de se obter uma estimativa não tendenciosa de mínima variância. A comparação entre quatro diferentes tipos de estrutura de covariância que possuem tais propriedades e a estrutura padrão do método de mínimos quadrados (VC) pode ser vista na Tabela 2.

A análise da Tabela 2 mostra a superioridade das estruturas de covariância que permitem correlação dos erros e heterocedasticidade sobre a matriz do método dos mínimos quadrados ordinários. Entre as estruturas especiais de covariância, se destaca a Antedependente, com valores de AIC e BIC inferiores às demais, sendo, assim, a matriz utilizada para a estimativa dos parâmetros da função de afilamento

**Tabela 2.** Precisão de diferentes estruturas de covariância de erros para função de afilamento para *E. grandis*, de um povoamento em Santa Catarina.

**Table 2.** Precision of different error covariance structures for a taper function of an *E. grandis* stand in Santa Catarina, Brazil.

Matriz	AIC	BIC
Componentes de variância (VC)	-1745,9	-1747,1
Autorregressiva heterogênea (ARH (1))	-1759,6	-1761,6
Simetria composta heterogênea (CSH)	-1757,1	-1759,2
Antedependente (Ante (1))	-1759,8	-1761,9
Não estruturada (UN)	-1757,1	-1760,0

na comparação com os outros métodos de estimativa do volume total. Além disso, é possível observar que a matriz de covariância não estruturada, que não tem nenhuma restrição na sua construção, nem sempre é superior às demais estruturas em termos de valores de ajuste (Luke, 2004). Isto ocorre porque esta estrutura tem o maior número de parâmetros que as demais, sendo, portanto, penalizada pelo princípio da parcimônia incorporado no cálculo dos valores de AIC e BIC.

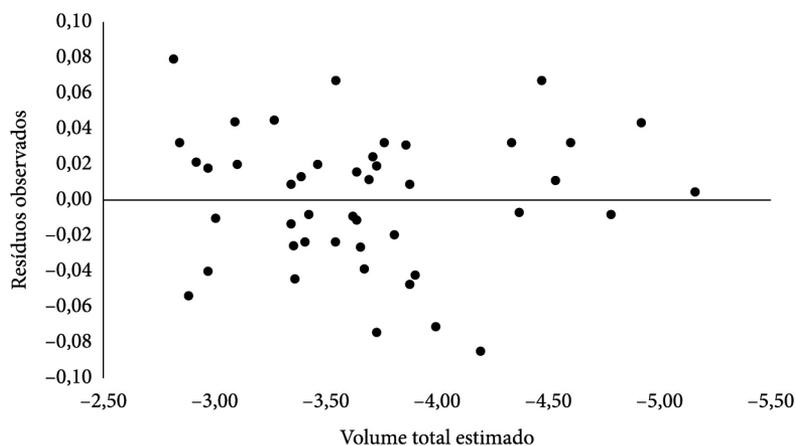
Na Tabela 3, é realizada a comparação entre os métodos de estimativa de volume total que se mostraram robustos quanto às suas estimativas.

O modelo de volume de dupla entrada foi superior aos demais na estimativa do volume total, com intercepto de -9,83 e coeficiente de inclinação igual a 0,94. Na Figura 2, pode ser observada a distribuição dos resíduos do modelo de volume de

**Tabela 3.** Comparação de diferentes métodos robustos de estimativa de volume total de *E. grandis*, de um povoamento de Santa Catarina.

**Table 3.** Comparing different robust methods for total volume estimation for a stand of *E. grandis* in Santa Catarina, Brazil.

Método	Qui-quadrado	Erro Padrão da Estimativa
Simple entrada	0,0099	0,0028
Dupla entrada	0,0019	0,0013
Afilamento	0,0993	0,0096



**Figura 2.** Resíduos em função do volume estimado pelo modelo de volume de dupla entrada para *E. grandis*, de um povoamento de Santa Catarina.

**Figure 2.** Residuals distribution from the combined variable volume equation for a *E. grandis* stand in Santa Catarina, Brazil.

dupla entrada em função do volume estimado pelo mesmo. Percebe-se que estes estão bem distribuídos e que o modelo estima consistentemente os volumes médios ao longo de toda a amplitude de distribuição dos volumes.

#### 4. CONCLUSÕES

Os métodos que se utilizam de fator de forma para a estimativa do volume total não produzem estimativas robustas. O melhor método para a estimativa do volume total de *Eucalyptus grandis*, de acordo com o teste de Qui-Quadrado e o Erro Padrão da Estimativa, foi o modelo de volume de dupla entrada. A função de afilamento foi inferior inclusive à equação de simples entrada na estimativa do volume total.

#### STATUS DA SUBMISSÃO

Recebido: 06/03/2013

Aceito: 07/10/2013

Publicado: 31/12/2013

#### AUTOR(ES) PARA CORRESPONDÊNCIA

##### Thomas Schröder

Departamento de Ciências Florestais,  
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM,  
CEP 97105-900, Santa Maria, RS, Brasil  
e-mail: thomaschroder@gmail.com

#### REFERÊNCIAS

Assmann E. *The principles of forest yield study*. Studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands. Oxford: Pergamon Press; 1970.

Calegario N, Calegario CLL, Maestri R, Daniels R. Melhoria da qualidade de ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. *Scientia Forestalis* 2005a; 12(69): 38-50.

Calegario N, Maestri R, Leal CL, Daniels RF. Estimativa do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada na teoria dos modelos não lineares em multinível de efeito misto. *Ciência Florestal* 2005b; 15(3).

Campos JCC, Leite HG. *Mensuração florestal: perguntas e respostas*. 3. ed. Viçosa: UFV; 2009.

Chatterjee S, Hadi AS. *Regression analysis by example*. 2nd ed. Hoboken: Wiley-Interscience; 2006.

Cochran WG. *Técnicas de amostragem*. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura; 1965.

Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina - EPAGRI. *Zoneamento agroecológico e socioeconômico do Estado de Santa Catarina*. Florianópolis: EPAGRI; 1999.

Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina - EPAGRI. *Mapa de Solos - Unidade de Planejamento Regional Alto Vale do Itajaí*. Florianópolis: EPAGRI; 2002.

Garber SM, Maguire DA. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *Forest Ecology and Management* 2003; 179(1): 507-522.

Gelman A, Hill J. *Data analysis using regression and multilevel/hierarchical models*. Cambridge University Press; 2006.

Grégoire TG, Schabenberger O, Barrett JP. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-pBot measurements. *Canadian Journal of Forest Research* 1995; 25(1): 137-156.

Horle DC, Mendonça AR, Carvalho SPC, Calegario N. Modelagem não linear do perfil longitudinal de fustes de *Pinus oocarpa*. *Cerne* 2010; 16(2): 177-184.

Husch B, Beers TW, John AK. *Forest Mensuration*. New Jersey: John Wiley & Sons; 2003.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. *Produção da extração vegetal e da silvicultura*. Rio de Janeiro: IBGE; 2011. v. 26.

Kozak A, Munro D, Smith J. Taper functions and their application in forest inventory. *Forestry Chronicle* 1969; 45(4): 278-283.

Littel R, Milliken GA, Stroup WW, Wolfinger RD, Schabenberger O. *SAS® for mixed models*. 2nd ed. Cary: SAS Institute Inc.; 2006.

Luke DA. *Multilevel modeling*. London: Sage Publications, Incorporated; 2004.

Machado SA, Figueiredo-Filho A. *Dendrometria*. 2. ed. Guarapuava: Unicentro; 2006.

Monserud RA, Marshall JD. Allometric crown relations in three northern Idaho conifer species. *Canadian Journal of Forest Research* 1999; 29(5): 521-535.

Moura VPG, Silva MA, Santiago J, Castro AJR. Comportamento e resistência de procedências de *Eucalyptus grandis* Hill Ex. Maiden à formação de veios de “Kino” em Planaltina, DF, área de Cerrado. *Boletim de Pesquisa Florestal* 1992; (24-25): 19-35.

---

Pires LM, Calegario N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não-lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. *Revista Árvore* 2007; 31(5): 845-852.

Schneider PR, Schneider PSP, Souza CAM. *Análise de regressão aplicada à Engenharia Florestal*. 3. ed. Santa Maria: UFSM, CEPEF; 2009.

Spurr SH. *Forest Inventory*. Nova York: Ronald Press; 1952.

Statistical Analysis System Institute - SAS. *User's guide - release 9.2 edition*. Cary: SAS Institute Inc.; 2007.

Sturges HA. The choice of a class interval. *Journal of the American Statistical Association* 1926; 21(153): 65-66.